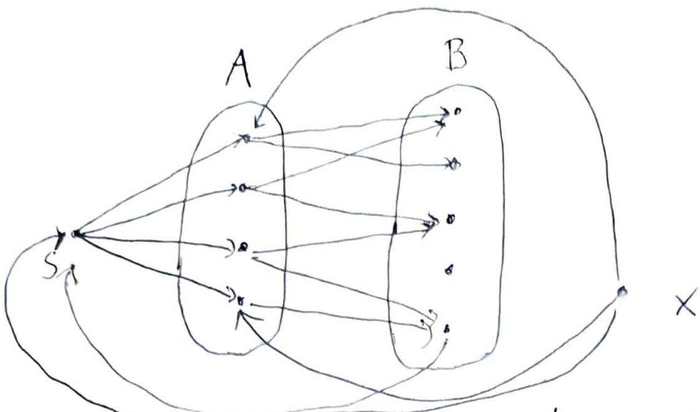
Zadanie 8.

13, 16, 18 – za trudne …

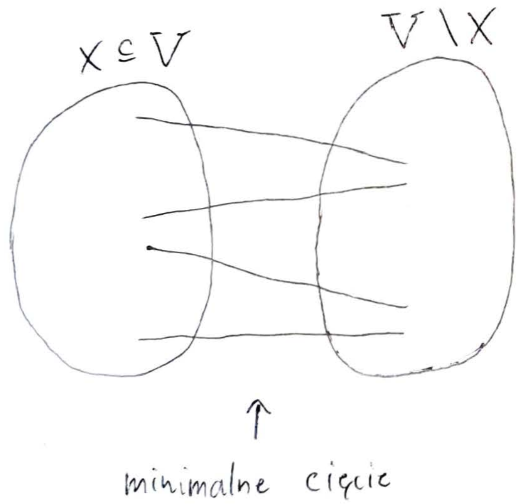


Skoro nie ma łuków z s do x ani z A do x, to są łuki z x do s oraz x do a dla każdego $a \in A$.

Ponadto $\deg^{out}(x) > \deg^{out}(s)$.

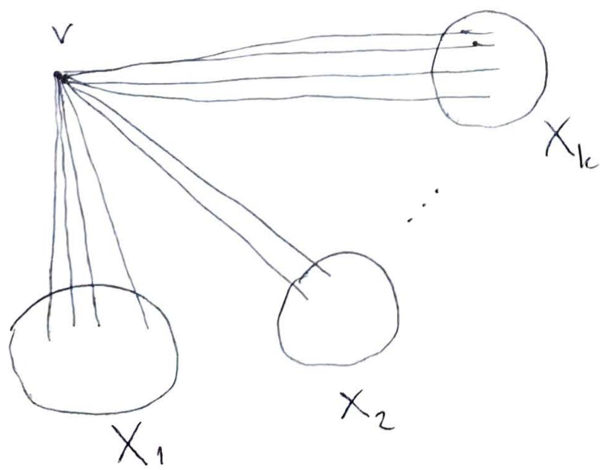
Zadanie 5.

$\Rightarrow$



Jeśli G ma cykl Eulera, to musi on tyle samo razy opuszczać X co do niego wchodzić, tzn. $2 \mid |E(X, V \setminus X)|$.

$\Leftarrow$



Jeśli $X_1, X_2, \ldots, X_k$ to składowe spójności $G - v$, to:

$\forall i: 1 \le i \le k: \; E(v, X_i)$

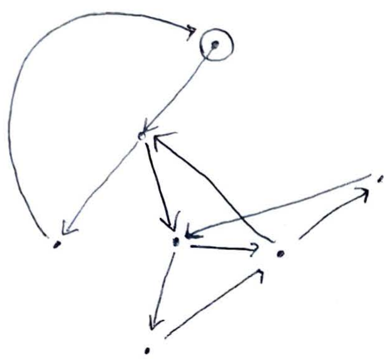
jest minimalnym cięciem, zatem ma parzystą moc. To oznacza, że:

$$\deg(v) = \sum_{1 \le i \le k} |E(v, X_i)| \text{ jest parzysty.}$$

Zadanie 4. Digraf Eulerowski $\iff$ spójny i $\forall v \in V \; deg^{in}(v) = deg^{out}(v)$. $(*)$

$\Rightarrow$ proste

$\Leftarrow$ Zaczynając od dowolnego wierzchołka, w każdym wierzchołku wybieramy dowolną **krawędź** wychodzącą dotychczas nieużytą. Ze względu na $(*)$ zakończymy w początkowym wierzchołku, uzyskując pewien cykl. Jeśli istnieją nieużyte krawędzie grafu, to powtarzamy powyższą konstrukcję zaczynając od wierzchołka obecnego cyklu, który wciąż ma nieużyte krawędzie. W tym wierzchołku łączymy cykle w jeden.

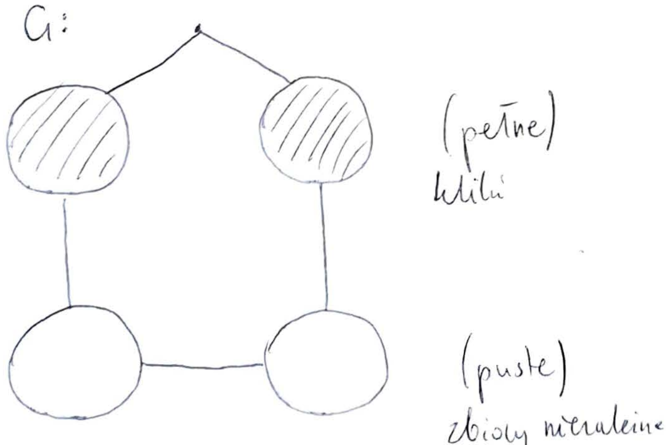


Zadanie 2.

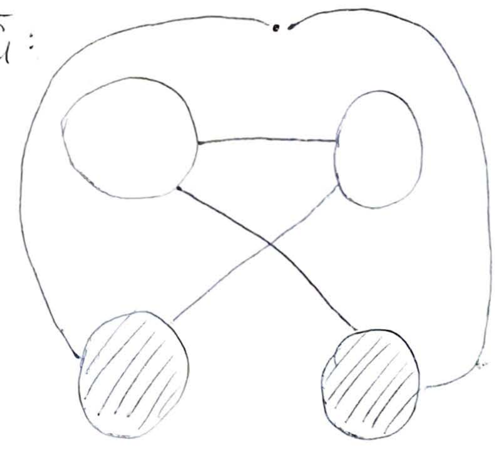
Jeśli G izomorficzny z $\bar{G}$, to $|E(G)| = |E(\bar{G})| = \frac{n(n-1)}{4} \in \mathbb{N}$,

to $n \equiv 0 \pmod 4$ lub $n \equiv 1 \pmod 4$.

G:

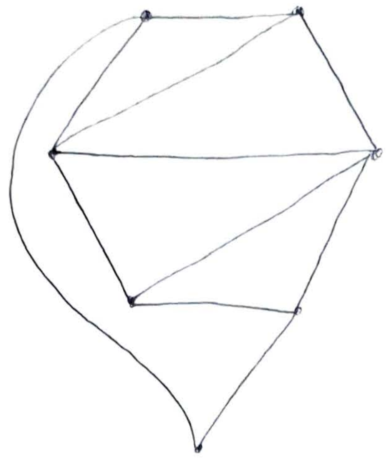


$\bar{G}$:

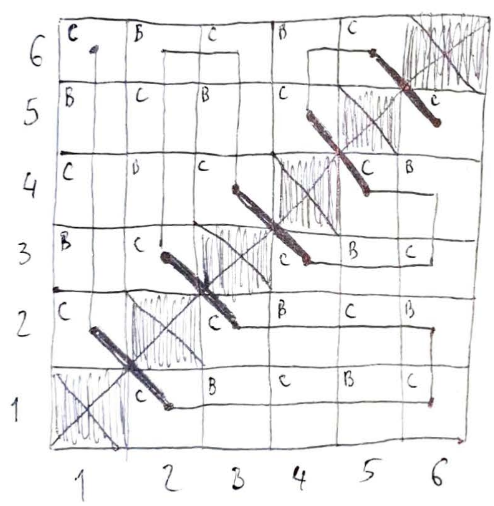


Zadanie 14.

n = 3



Zadanie 11.



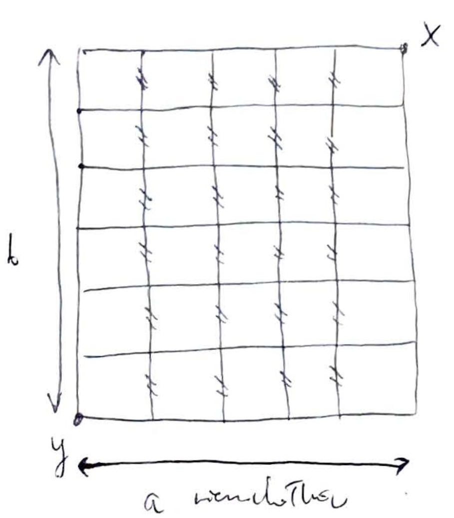
18 pól kolorem C, 12 pól kolorem B

Dzielimy cykl na fragmenty typu:

- C – B – C $\quad \Delta col = 0$
- C – C $\quad \Delta col = 1$

(C ma wagę $\frac{1}{2}$, B ma 1)

Zadanie 18.



cykl długości $2(a+b-2)$, najdłuższy w grafie

x, y są połączone ścieżką długości $ab-1$