

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista nr 12

8 stycznia 2020 r.

Zajęcia 21 stycznia 2020 r.
Zaliczenie listy **od 4 pkt.**

- L12.1.** 1 punkt Jak już wiadomo, język programowania PWO++ ma obszerną bibliotekę funkcji i procedur numerycznych. Wśród nich znajduje się procedura `Integral(f)` znajdująca z dużą dokładnością wartość całki $\int_{-1}^1 f(x)dx$, gdzie $f \in C[-1, 1]$. W jaki sposób użyć procedury `Integral` do obliczenia całki

$$\int_a^b g(x)dx \quad (a < b; g \in C[a, b])?$$

- L12.2.** 2 punkty Udowodnij, że kwadratura postaci

$$(1) \quad Q_n(f) := \sum_{k=0}^n A_k f(x_k).$$

ma rząd $\geq n + 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy jest kwadraturą interpolacyjną.

- L12.3.** 1 punkt Udowodnij, że rząd kwadratury postaci (1) nie przekracza $2n + 2$.

- L12.4.** 1 punkt Jak upraszcza się wzór interpolacyjny Lagrange'a dla węzłów równoodległych?

- L12.5.** 2 punkty Sprawdź, że współczynniki kwadratury Newtona-Cotesa

$$(2) \quad N_n(f) := \sum_{k=0}^n A_k f(a + k \cdot h_n) \quad \left(h_n := \frac{b-a}{n} \right)$$

są takie, że $A_k = A_{n-k}$ ($k = 0, 1, \dots, n$).

- L12.6.** 1 punkt Niech A_k ($k = 0, 1, \dots, n$) oznaczają współczynniki kwadratury Newtona-Cotesa (2). Udowodnij, że $A_k/(b-a)$ ($0 \leq k \leq n$) są liczbami wymiernymi.

- L12.7.** Włącz komputer! 1 punkt Oblicz $N_n(f)$ ($n = 2, 4, 6, 8, 10$) dla całki

$$\int_{-4}^4 \frac{dx}{1+x^2} = 2 \operatorname{arctg} 4.$$

Który wynik jest najdokładniejszy? Jak to skomentować?