

## Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista nr 10

11 grudnia 2019 r.

Zajęcia 17 grudnia 2019 r.  
Zaliczenie listy **od 4 pkt.**

- L10.1.** 1 punkt Niech danę będą parami różne punkty  $\mathcal{X} := \{x_0, x_1, \dots, x_N\}$  i funkcja  $p$  o własności  $p(x) > 0$  dla  $x \in \mathcal{X}$ . Udowodnij, że wzór

$$\|f\| := \sqrt{\sum_{k=0}^N p(x_k) f(x_k)^2}$$

określa normę na zbiorze dyskretnym  $\mathcal{X}$ .

- L10.2.** 1 punkt Wyznacz funkcję postaci  $y(x) = a(2018x - 2019) + 1977$  najlepiej dopasowaną w sensie aproksymacji średniokwadratowej do danych

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x_k & x_0 & x_1 & \dots & x_n \\ \hline y_k & y_0 & y_1 & \dots & y_n \end{array}.$$

- L10.3.** 1 punkt Dla jakiej stałej  $a$  wyrażenie

$$\sum_{k=0}^r \frac{\sin(x_k) + 2019}{1 + e^{x_k}} \left[ y_k - a(\ln(2x_k + 2020) + x_k) \right]^2$$

przyjmuje najmniejszą możliwą wartość?

- L10.4.** 1 punkt Pomiarzy  $(t_k, C_k)$  ( $0 \leq k \leq N$ ;  $t_k, C_k > 0$ ) pewnej zależnej od czasu wielkości fizycznej  $C$  sugerują, że wyraża się ona wzorem

$$C(t) = \frac{t^2 + 3}{Ae^{2t} + B \sin(t + 2) + 2}.$$

Stosując aproksymację średniokwadratową, wyznacz prawdopodobne wartości stałych  $A$  i  $B$ .

- L10.5.** 1 punkt Wiadomo, że napięcie powierzchniowe cieczy  $S$  jest funkcją liniową temperatury  $T$ :

$$S = aT + b.$$

Dla konkretnej cieczy wykonano pomiary  $S$  w pewnych temperaturach, otrzymując następujące wyniki:

$T$	0	10	20	30	40	80	90	95
$S$	68.0	67.1	66.4	65.6	64.6	61.8	61.0	60.0

Wyznacz prawdopodobne wartości stałych  $a$  i  $b$ .

**L10.6.** 1 punkt Punkty  $(x_k, y_k)$  ( $k = 0, 1, \dots, r$ ) otrzymano jako wyniki pomiarów. Po ich zaznaczeniu na papierze z siatką półlogarytmiczną okazało się, że leżą one prawie na linii prostej, co sugeruje, iż  $y \approx e^{ax+b}$ . Zaproponuj prosty sposób wyznaczenia prawdopodobnych wartości parametrów  $a$  i  $b$ .

**L10.7.** 1 punkt Poziom wody w Morzu Północnym zależy głównie od tzw. *plywu*  $M_2$  o okresie ok.  $2\pi$  i równaniu

$$H(t) = h_0 + a_1 \sin \frac{2\pi t}{12} + a_2 \cos \frac{2\pi t}{12} \quad (t \text{ mierzone w godzinach}).$$

Zrobiono następujące pomiary:

$t$	0	2	4	6	8	10	godz.
$H(t)$	1	1.6	1.4	0.6	0.2	0.8	m

Wykorzystaj aproksymację średniokwadratową do wyznaczenia prawdopodobnych wartości stałych  $h_0, a_1, a_2$ .

(-) *Paweł Woźny*